



Revista
Técnico-Científica



SIMPLIFICAÇÕES DA FÓRMULA DE MANNING PARA O DIMENSIONAMENTO DE CONDUTOS LIVRES

Ygor Mota Soca Machado¹

¹Graduando em Engenharia Agrônômica, Insituto Federal Sul-rio-grandense Campus Bagé

RESUMO: A fórmula de Manning é amplamente utilizada no dimensionamento de condutos livres em projetos de engenharia hidráulica, mas o método tradicional de tentativas para determinar as variáveis pode ser ineficiente e suscetível a erros. Este estudo propõe uma simplificação no método de cálculo, permitindo isolar variáveis geométricas, como a base do trapézio ou o diâmetro de canais semicirculares, diretamente na fórmula de Manning. O objetivo é melhorar a precisão e reduzir o número de iterações necessárias para calcular vazões e dimensões, otimizando o processo. A metodologia utilizada consiste em substituir as variáveis da fórmula de Manning por expressões geométricas correspondentes a diferentes formas de canais (trapezoidal, semicircular, retangular e triangular), facilitando o cálculo das dimensões a partir da vazão. Os resultados demonstram que a nova abordagem reduz a complexidade e o tempo de cálculo, sem comprometer a precisão dos resultados, tornando o método mais acessível a engenheiros e técnicos. Este estudo contribui para o aprimoramento das práticas de dimensionamento de canais, aumentando a eficiência em projetos de infraestrutura hídrica.

Palavras-chave: canais, drenagem, vazão.

SIMPLIFICATIONS OF THE MANNING FORMULA FOR SIZING FREE CONDUITS

ABSTRACT: *Manning's formula is widely used in the dimensioning of free conduits in hydraulic engineering projects, but the traditional method of trying to determine the variables can be inefficient and prone to errors. This study proposes a simplification in the calculation method, allowing the isolation of geometric variables, such as the base of the trapezoid or the diameter of semicircular channels, directly in the Manning formula. The objective is to improve accuracy and reduce the number of iterations required to calculate flow rates and dimensions, optimizing the process. The*

methodology used consists of replacing the variables of the Manning formula with geometric expressions corresponding to different channel shapes (trapezoidal, semicircular, rectangular and triangular), facilitating the calculation of dimensions from the flow rate. The results demonstrate that the new approach reduces the complexity and calculation time, without compromising the accuracy of the results, making the method more accessible to engineers and technicians. This study contributes to the improvement of channel dimensioning practices, increasing efficiency in water infrastructure projects.

Keywords: channels, drainage, flow.

INTRODUÇÃO

A fórmula de Manning é uma ferramenta fundamental na engenharia hidráulica, utilizada para estimar a vazão e calcular a velocidade de escoamento em canais abertos, rios e outras estruturas de escoamento livre. Desenvolvida por Robert Manning no século XIX, esta equação emprega parâmetros como a rugosidade do canal, a inclinação do leito e a área molhada para determinar as características do fluxo (Gaitan, Balaji e Moore III, 2016). Ao longo dos anos, a fórmula de Manning tem sido amplamente adotada e aplicada em uma variedade de contextos, tornando-se um pilar na prática da engenharia hidráulica para o desenvolvimento de novos métodos e equações (Quan-jiu e Xin-li, 2004; Bonetti et al., 2017).

No entanto, apesar de sua ampla utilização, a fórmula de Manning não está isenta de limitações. Os métodos tradicionais de dimensionamento baseados nesta equação frequentemente dependem de simplificações diretas e suposições que podem levar a estimativas imprecisas, especialmente em situações em que as condições de escoamento são complexas ou variáveis. A dependência de parâmetros como a rugosidade do canal, por exemplo, pode ser especialmente problemática, uma vez que esta é muitas vezes uma propriedade difícil de quantificar com precisão e que pode variar significativamente ao longo do tempo (Feldmann et al., 2023; Zwolenik e Michalec, 2023).

No contexto do dimensionamento de condutos livres, a aplicação da fórmula de Manning, embora bastante difundida, enfrenta algumas limitações quanto à aplicação prática. O dimensionamento de canais abertos exige precisão para garantir a

eficiência hidráulica. No entanto, os métodos tradicionais de tentativa e erro utilizados com a fórmula de Manning podem ser ineficientes e propensos a erros, especialmente quando aplicados a geometrias não uniformes ou condições de escoamento variáveis. Essas limitações podem levar a sub ou superestimações da vazão e da velocidade do escoamento, comprometendo a eficácia dos projetos de engenharia.

Dada a complexidade inerente ao uso da fórmula de Manning no dimensionamento de condutos livres, este trabalho propõe uma simplificação que mantém a precisão dos cálculos enquanto facilita a aplicação prática da equação. A abordagem simplificada busca reduzir o número de iterações necessárias no método das tentativas, tornando o processo mais eficiente e acessível para engenheiros e técnicos. Com isso, espera-se não apenas otimizar o tempo e os recursos empregados no dimensionamento de tais condutos, mas também ampliar a adoção da fórmula de Manning em projetos de infraestrutura hídrica.

MATERIAL E MÉTODOS

O método das tentativas é bastante utilizado e é considerado uma abordagem interessante para o dimensionamento de canais hidráulicos para uma determinada vazão. A vazão do sistema pode ser obtida combinando a equação da continuidade com a fórmula de Manning (Peres, 2021).

$$Q = \frac{A}{n} \cdot Rh^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 1})$$

Em que: Q = vazão do sistema, em m³/s; A = área do canal, em m²; Rh = raio hidráulico, em m; n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional; i = declividade da linha de energia, como adimensional.

O método das tentativas consiste em atribuir um valor para uma variável (como a base do trapézio, diâmetro do semicírculo ou base do retângulo) aplicá-la nas equações para se obter valores "A" e "Rh" e encontrar um valor X para a vazão até que está se aproxime da vazão real. Embora seja de fácil aplicação, esse método se torna fadigoso, visto que necessita da atribuição de números aleatórios até a obtenção da vazão do sistema.

Se propõe que este método seja modificado. Substituindo A e Rh por suas respectivas equações diretamente na fórmula de Manning, pode-se isolar o valor de uma das dimensões do canal e encontrar o valor das demais através desta. Assim não há a necessidade de usar um valor aproximado, visto que esse método utiliza diretamente a vazão do sistema.

RESULTADOS

A seguir é apresentada a aplicação da metodologia descrita para as principais formas de condutos livres.

Condutos livres trapezoidais

Para canais em forma de trapézio, o método das tentativas faz uso das seguintes equações para encontrar o valor das variáveis da fórmula de Manning (Bernardo, 1995)

$$A = \frac{3}{2} \cdot b \cdot h \quad (\text{Equação 2})$$

$$h = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{Equação 3})$$

$$Rh = b \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \quad (\text{Equação 4})$$

Em que: b = comprimento da base menor do trapézio, em m; e h = altura do trapézio, em m. Pode-se substituir as variáveis da fórmula de Manning por suas respectivas equações para que b seja isolado. Substituindo a variável A na equação 1, tem-se:

$$Q = \frac{(\frac{3}{2} \cdot b \cdot h)}{n} \cdot Rh^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 5})$$

Como dentro da equação A tem-se também a variável h , que por sua vez apresenta a variável b , pode-se substituir h , obtendo-se:

$$Q = \frac{(\frac{3}{2} \cdot b \cdot b \cdot \frac{\sqrt{3}}{2})}{n} \cdot Rh^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 6})$$

Agora pode-se substituir a variável Rh na equação (6):

$$Q = \left(\frac{3 \cdot b \cdot b \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot n}\right) \cdot \left(b \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 7})$$

A equação (7) é a simplificação bruta da fórmula de Manning. Entretanto, a fim de facilitar sua utilização, pode-se reduzi-la simplificando os termos iguais e isolando b . Como a multiplicação e divisão não apresentam ordem de prioridade entre si, pode-se baixar os denominadores das frações de A e h . Além disso, também pode-se dividir a equação de Rh em termos individuais já que o objetivo é isolar b .

$$\begin{aligned} Q &= \left(\frac{3 \cdot b \cdot b \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot n}\right) \cdot \left(b \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} = \left(\frac{3 \cdot b \cdot b \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2 \cdot n}\right) \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} \\ &= \left(\frac{3 \cdot b^2 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot n}\right) \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} \end{aligned}$$

$$Q = \frac{3 \cdot b^2 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot n} \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 8})$$

Como há mais de um b , 3 e 4, pode-se simplificá-los em um único termo. É interessante representar todas as raízes como frações para facilitar a simplificação. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3 \cdot b^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{4 \cdot n} \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} = Q = \frac{3 \cdot b^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}{4 \cdot 4^{\frac{2}{3}} \cdot n} \cdot \sqrt{i} = Q = \frac{3^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{6}{3} + \frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3} + \frac{2}{3}} \cdot n} \cdot \sqrt{i} \\ &= \frac{3^{\frac{11}{6}} \cdot b^{\frac{8}{3}}}{4^{\frac{4}{3}} \cdot n} \cdot \sqrt{i} \quad (\text{Equação 9}) \end{aligned}$$

Agora a equação de Manning possui apenas uma única variável b . A partir da equação 9, pode-se isolá-lo dos demais termos:

$$Q = \frac{3^{\frac{11}{6}} \cdot b^{\frac{8}{3}}}{4^{\frac{4}{3}} \cdot n} \cdot \sqrt{i}$$

$$\frac{Q \cdot 4^{\frac{5}{3}} \cdot n}{3^{\frac{11}{6}} \cdot \sqrt{i}} = b^{\frac{8}{3}}$$

$$b^{\frac{8}{3}} = \frac{Q \cdot 4^{\frac{5}{3}} \cdot n}{3^{\frac{11}{6}} \cdot \sqrt{i}}$$

$$b = \sqrt[8]{\left(\frac{Q \cdot 4^{\frac{5}{3}} \cdot n}{3^{\frac{11}{6}} \cdot \sqrt{i}}\right)^3} \quad (\text{Equação 10})$$

Em que: b = comprimento da base menor do trapézio, em m; Q = vazão do sistema, em m^3/s ; n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional; i = declividade da linha de energia, como adimensional.

Condutos livres semicirculares

Para condutos semicirculares, os parâmetros A e Rh podem ser obtidos por:

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{8} \quad (\text{Equação 11})$$

$$Rh = \frac{D}{4} \quad (\text{Equação 12})$$

Em que D = diâmetro do canal, em m. A variável D também pode ser interpretada como a largura que o canal em razão de ser o diâmetro da figura circular. Como D é a variável comum entre A e Rh , pode-se substituir estas na fórmula de Manning por suas respectivas equações a fim de isolar D .

$$Q = \frac{A}{n} \cdot Rh^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} = Q = \frac{\pi \cdot D^2}{8 \cdot n} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot D^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i}}{8 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}} = \frac{\pi \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}}{n \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4^{\frac{2}{3}}} = \frac{\pi \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}}{n \cdot 2 \cdot 4^{\frac{5}{3}}}$$

(Equação 13)

Através dessa simplificação, pode-se isolar D .

$$Q = \frac{\pi \cdot D^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}}{n \cdot 2 \cdot 4^{\frac{5}{3}}}$$

$$D^{\frac{8}{3}} = \frac{Q \cdot n \cdot 2 \cdot 4^{\frac{5}{3}}}{\pi \cdot \sqrt{i}}$$

$$D = \sqrt[8]{\left(\frac{Q \cdot n \cdot 2 \cdot 4^{\frac{5}{3}}}{\pi \cdot \sqrt{i}}\right)^3} \quad (\text{Equação 14})$$

Em que: D = diâmetro do canal, em m; Q = vazão do sistema, em m^3/s ; n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional; i = declividade da linha de energia, como adimensional. Como a altura h (“raio”) será metade da largura D do canal, então: $h = \frac{D}{2}$.

Condutos livres retangulares

Canais com esse formato apresentam base chata (horizontal) e paredes retilíneas e paralelas em ângulos de 90° em relação à base. Para esse tipo de canal, assim como para canais triangulares, a máxima eficiência hidráulica é obtida quando a largura da base (ou do topo no caso de canais triangulares) é o dobro da altura (Peres, 2021). Considerando então que $h = \frac{b}{2}$, em que h é a altura e b a largura da base, ambos em metros, os parâmetros A e Rh são obtidos por:

$$A = b \cdot h = b \cdot \frac{b}{2} = \frac{b^2}{2} \quad (\text{Equação 15})$$

$$P = b + 2 \cdot h = b + 2 \cdot \frac{b}{2} = 2 \cdot b \quad (\text{Equação 16})$$

$$Rh = \frac{A}{P} = \frac{\frac{b^2}{2}}{2 \cdot b} = \frac{b^2}{2 \cdot 2 \cdot b} = \frac{b}{4} \quad (\text{Equação 17})$$

Em que b = base do canal, em m; p = perímetro molhado, em m. Substituindo os valores de A e Rh na equação de Manning, tem-se que:

$$Q = \frac{b^2}{2 \cdot n} \cdot \left(\frac{b}{4}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} = Q = \frac{b^2}{2 \cdot n} \cdot \frac{b^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} = \frac{b^2 \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i}}{2 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}} = \frac{b^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}}{2 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}} \quad (\text{Equação 18})$$

Isolando b , tem-se:

$$Q = \frac{b^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt{i}}{2 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}}$$

$$b^{\frac{8}{3}} = \frac{Q \cdot 2 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{i}}$$

$$b = \sqrt[8]{\left(\frac{Q \cdot 2 \cdot n \cdot 4^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{i}}\right)^3} \quad (\text{Equação 19})$$

Em que: b = comprimento da base, em m; Q = vazão do sistema, em m^3/s ; n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional; i = declividade da linha de energia, como adimensional.

Conduitos livres triangulares

Esse tipo de canal não apresenta base, sendo b o comprimento do topo. Assim como anteriormente, deve-se considerar que $h = \frac{b}{2}$, para maior eficiência hidráulica do canal. Então pode-se encontrar os valores de A e Rh por:

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{b \cdot b}{2 \cdot 2} = \frac{b^2}{4} \quad (\text{Equação 20})$$

O perímetro molhado é a soma de todos os lados que estão em contato com água, nesse caso, apenas as laterais. Como as laterais sempre apresentarão um ângulo de 45° em relação à base horizontal (nesse caso o topo) pode-se substituir esse valor por uma constante. Assim, o perímetro molhado do triângulo é dado por:

$$P = \frac{2 \cdot h}{\text{sen}(\theta)} = \frac{2 \cdot b}{2 \cdot \text{sen}(45)} = \frac{b}{\text{sen}(45)} = \frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = b \cdot \sqrt{2} \quad (\text{Equação 21})$$

$$Rh = \frac{A}{P} = \frac{b^2}{4 \cdot b \cdot \sqrt{2}} = \frac{b}{4 \cdot \sqrt{2}} = \frac{b \cdot \sqrt{2}}{8} \quad (\text{Equação 22})$$

Em que: b = base superior do triângulo, em m.

$$Q = \frac{b^2}{4 \cdot n} \cdot \left(\frac{b \cdot \sqrt{2}}{8}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{i} = \frac{b^2}{4 \cdot n} \cdot \frac{(b \cdot \sqrt{2})^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt{i} = \frac{b^2}{4 \cdot n} \cdot \frac{b^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}}}{4} \cdot \sqrt{i}$$

$$= \frac{b^2 \cdot b^{\frac{2}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{i}}{16 \cdot n} = \frac{b^{\frac{8}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{i}}{16 \cdot n}$$

(Equação 23)

Isolando b , tem-se:

$$Q = \frac{b^{\frac{8}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{i}}{16 \cdot n}$$

$$b^{\frac{8}{3}} = \frac{Q \cdot 16 \cdot n}{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{i}}$$

$$b = \sqrt[8]{\left(\frac{Q \cdot 16 \cdot n}{2^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{i}}\right)^3} \quad (\text{Equação 24})$$

Em que: b = comprimento da base superior do triângulo, em m; Q = vazão do sistema, em m^3/s ; n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional; i = declividade da linha de energia, como adimensional.

DISCUSSÃO

As simplificações da fórmula de Manning apresentadas neste trabalho visam facilitar o dimensionamento de condutos livres. O processo de simplificação permite a obtenção de resultados mais diretos, reduzindo a necessidade de iterações complexas, típicas dos métodos tradicionais (como o método das tentativas). Entretanto, é importante salientar que essas equações somente podem ser aplicadas em caso de fluxo turbulento completo.

Para determinar se o fluxo hídrico é turbulento, utiliza-se a equação proposta por Chin (2000), fazendo uso do coeficiente de rugosidade de Manning, declividade da linha de energia e do raio hidráulico, dado por:

$$n^6 \cdot \sqrt{Rh} \cdot i \geq 1,1 \cdot 10^{-13} \quad (\text{Equação 25})$$

Em que R_h = raio hidráulico, em m; i = declividade da linha de energia, em mca/m; e n = coeficiente de rugosidade de Manning, como adimensional. Caso o escoamento do canal não ocorra na zona de fluxo turbulento completo, verificado pela restrição acima, a velocidade média da água deverá ser determinada pela fórmula de Darcy-Weisbach.

Através das equações apresentadas, o nome “método das tentativas” deixa de fazer sentido, uma vez que o resultado é obtido de forma direta, sem a necessidade de várias tentativas até estimar uma vazão aproximada da real. Isso mostra como a equação de Manning pode ser utilizada de forma flexível para estimar novos parâmetros e desenvolver novas equações, expandindo os conhecimentos da engenharia e abrindo portas para novos conceitos.

No entanto, apesar das vantagens, é importante reconhecer as limitações da simplificações propostas. A precisão da equação depende da exatidão dos parâmetros de entrada, particularmente o coeficiente de rugosidade n , que pode variar significativamente ao longo do tempo e com mudanças nas condições do canal (Vatanchi e Maghrebi, 2019).

CONCLUSÕES

Em conclusão, a simplificação da fórmula de Manning para o dimensionamento de condutos livres apresentada neste trabalho oferece uma abordagem mais direta e eficiente para a determinação dos parâmetros mais importantes dos diferentes tipos de canais.

Esta simplificação não apenas otimiza o processo de estimação destes parâmetros, mas também amplia a aplicabilidade prática da equação de Manning em projetos de engenharia hidráulica. Os resultados demonstram que, ao reduzir a complexidade e melhorar a precisão, a nova abordagem pode beneficiar o desenvolvimento e a implementação de infraestruturas hídricas. Futuras pesquisas podem explorar a aplicação desta metodologia em diferentes tipos de canais e condições de escoamento para validar e refinar as simplificações.

REFERÊNCIAS

- BERNARDO, Salazier. *Manual de Irrigação*. 6. ed. Viçosa: UFV, 1995. 656 p.
- BONETTI, S. et al. Manning's formula and Strickler's scaling explained by a co-spectral budget model. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 812, p. 1189–1212, 12 jan. 2017.
- CHIN, D. A. *Water resources engineering*. Nova Jérsei: Prentice-Hall, 2000. 750p.
- FELDMANN, D. et al. Near surface roughness estimation: A parameterization derived from artificial rainfall experiments and two-dimensional hydrodynamic modelling for multiple vegetation coverages. *Journal of Hydrology*, v. 617, p. 128786, 1 fev. 2023.
- GAITAN, C. F.; BALAJI, V.; MOORE III, B. Can we obtain viable alternatives to Manning's equation using genetic programming? *Artificial Intelligence Research*, v. 5, n. 2, 19 jul. 2016.
- PERES, J. G. *Hidráulica Agrícola*. São Carlos: EdUFSCar, 2021. 429 p.
- QUAN-JIU, W., XIN-LIN, D. Determination of Philip infiltration parameter and Manning roughness according to hydraulic factors in the advance of irrigation water. *Journal of Hydraulic Engineering*. 2004.
- VATANCHI, S. M.; MAGHREBI, M. F. Uncertainty in Rating-Curves Due to Manning Roughness Coefficient. *Water Resources Management*, v. 33, n. 15, p. 5153–5167, 25 nov. 2019.
- ZWOLENIK, M.; MICHALEC, B. Effect of water surface slope and friction slope on the value of the estimated Manning's roughness coefficient in gravel-bed streams. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, v. 71, n. 1, p. 80–90, 4 fev. 2023.