

PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIOS DE EXAMES DE CURSOS UNIVERSITÁRIOS ATRAVÉS DA COLORAÇÃO DE GRAFOS

EXAMINATION TIMETABLING OF UNIVERSITY COURSES THROUGH THE COLORING OF GRAPHS

Vanessa Scheeren¹, Francieli Aparecida Vaz², Elizangela Dias Pereira³, Tulon
Pereira da Fontoura⁴

RESUMO: O presente trabalho apresenta uma solução para o Problema de Programação de Horários de Exames Finais do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, campus Bagé. Com esta proposta objetiva-se elaborar um cronograma de exames finais através do conceito de Coloração de Grafos para evitar a sobreposição de exames que possuam alunos matriculados em comum baseado em duas abordagens do Algoritmo de Welch-Powell. Na primeira, será utilizado o Algoritmo de Welch-Powell para encontrar uma solução para o calendário de exames. Na segunda abordagem, o cronograma será determinado por uma adaptação feita no algoritmo, com uma restrição adicional de forma que os exames finais sejam distribuídos durante cinco dias, com dois períodos por dia. Os resultados obtidos através da solução manual da coloração do grafo G , através das duas técnicas de resolução, mostraram-se satisfatórios, atendendo as expectativas iniciais. Dessa forma, conclui-se que apesar das duas abordagens possuírem objetivos distintos, ambas produziram um cronograma de exames possível de ser desenvolvido na realidade em questão.

Palavras-chave: Programação de Exames, Coloração de Grafos, Algoritmo de *Welch-Powell*.

ABSTRACT: *The present work presents a solution to the Problem of Schedule of Final Examinations of the Mathematics Course - Licenciatura of the Federal University of Pampa, Campus Bagé. This proposal aims to elaborate a schedule of final exams, through the concept of Coloring of Graphs, avoiding the overlap of exams that have students enrolled in common based on two approaches of the Welch-Powell Algorithm. In the first one, the Welch-Powell algorithm will be used to find a solution to the exam schedule. In the second approach, the schedule will be determined by an adaptation made in the algorithm, with an additional restriction so that the final exams are distributed over five days, with two periods per day. The results obtained through the manual solution of the color of the graph G , through the*

two resolution techniques, were satisfactory, meeting the initial expectations. In this way, it was possible to conclude that although the two approaches have different objectives, both produced a schedule of examinations possible to be developed in the reality in question.

Keywords: Examination Timetabling, Coloring of Graphs, Welch-Powell Algorithm.

1 INTRODUÇÃO

A Teoria dos Grafos foi desenvolvida na segunda metade do século XX impulsionada por aplicações a problemas de otimização organizacional que compõem um conjunto de técnicas encontradas na Pesquisa Operacional. Essa teoria proporciona ferramentas simples que podem contribuir para a solução de inúmeros problemas, entre eles a programação de horários e exames de instituições de ensino.

O problema de *Timetabling* aplicado ao contexto educacional consiste em agendar uma série de encontros entre professores, alunos e instituições, como por exemplo, aulas, exames, bancas, palestras, entre outros tipos de atividades inerentes as instituições de ensino, satisfazendo um conjunto de restrições. Na literatura são encontradas diferentes formulações para o problema, podendo variar ainda de acordo com as exigências consideradas (WERRA, 1985; SCHAERF, 1999). Dentre as diferentes classificações existentes, a mais utilizada é aquela proposta por Schaerf (1999), que consiste em subdividir o problema em três classes: Problema de Programação de Horários em Escolas; Problema de Programação de Horários de Cursos e Problema de Programação de Horários de Exames.

A programação do calendário de exames em universidades representa um problema que vem sendo discutido na área da matemática aplicada. Isso se deve, principalmente, ao fato de que o cronograma, na maioria das instituições de ensino, é realizado semestralmente e envolve muitos funcionários que por diversos dias têm suas atividades voltadas exclusivamente a este fim.

Este trabalho aborda o problema de *Timetabling*, na perspectiva da programação de exames, que pode ser definido como a alocação de uma série de exames em um determinado período de tempo, satisfazendo uma série de

restrições. A presente proposta tem por objetivo modelar a distribuição de horários de exames finais referentes aos dezenove componentes curriculares oferecidas aos alunos do Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA, campus Bagé, por meio da Teoria dos Grafos.

Nesse cenário, propõe-se uma solução para o Problema de Programação de Exames do Curso de Matemática da UNIPAMPA, baseado no conceito de coloração de grafos, a partir do qual se almeja construir um calendário de exames que satisfaça as necessidades do curso alocando os exames finais no período de uma semana, evitando-se a sobreposição de exames de componentes curriculares que possuem alunos em comum. Com esse propósito, a solução para o problema será desenvolvida de forma manual, através do conceito de Coloração de Grafos baseado em duas abordagens do algoritmo de *Welch-Powell*, com o auxílio de planilhas de conflitos geradas a partir da comparação entre os componentes curriculares e os alunos matriculados, onde cada matrícula comum entre os componentes representa um conflito.

O problema abordado está relacionado à coloração de mapas, que é um dos problemas mais conhecidos na Teoria de Grafos, e consiste em colorir um mapa/grafos utilizando o menor número de cores possível. Esse tipo de modelagem é apropriado para casos que envolvem a estruturação de um grafo onde os vértices representam itens de interesse e cada aresta faz a conexão entre dois itens conflitantes. Sendo assim, pode ser empregado na resolução de problemas de programação de horários educacionais, a partir das devidas analogias entre vértices e arestas (GOLDBARG M.; GOLDBARG E., 2012).

2 ALGUMAS ABORDAGENS DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE EXAMES NA LITERATURA

A Programação de Exames em cursos universitários não é um problema recente. Importantes autores e pesquisadores da área desenvolveram diversas técnicas de soluções baseadas, principalmente, em métodos de solução exata, heurísticas e meta-heurísticas.

Woumans et al (2016), resolveram o problema de agendamento de horários de exames através de dois modelos de algoritmos por meio da abordagem de Geração de Colunas, com uma perspectiva mais centrada no aluno e com o intuito de diminuir a realização de várias versões do mesmo exame. Com o propósito de solucionar o problema de tabela-horário de Toronto, Machado e Boeres (2009), propuseram sua modelagem como um problema de Coloração de Grafos e resolveram-no através de um algoritmo baseado na heurística de Busca Tabu para Coloração de Grafos Adaptado, com modificações para usar vizinhança em cadeia ao invés da vizinhança básica.

A heurística de Busca Tabu também foi utilizada por Gaspero e Schaefer (2001) que apresentaram uma família de algoritmos para a solução do Problema de *Timetabling* de Exames, importando vários recursos da Coloração de Grafos, objetivando evitar a sobreposição de exames que têm alunos em comum e satisfazer a capacidade das salas. Burke et al (2007) empregaram o conceito de Coloração de Grafos aliado a heurística de Busca Tabu através de uma abordagem genérica hiper-heurística sobre um conjunto de heurísticas construtivas de coloração de grafos muito utilizadas no tempo limite. Dentro da estrutura hiper-heurística foi empregada uma abordagem de Busca Tabu a fim de procurar permutações de heurísticas de grafos que são utilizadas para construir horários de exames e problemas de horários em geral.

Mujuni e Mushi (2015), por sua vez, propuseram uma extensão para o trabalho de Selemani, Mujuni e Mushi (2013) que se baseava numa heurística híbrida composta por duas fases que combinavam Coloração de Grafos e Recozimento Simulado na Sokoine University of Agriculture (SUA) na Tânzania. Os autores acrescentaram ao problema uma nova restrição que considera as lacunas entre os exames com o objetivo de desenvolver e implementar um algoritmo que produza uma distribuição de exames livre de colisões, em que os grandes exames são agendados o mais cedo possível e que cada exame realizado por um mesmo aluno seja distribuído com um maior intervalo de tempo. O método de Recozimento Simulado também foi empregado por Duong e Lam (2004) para a elaboração de um

cronograma de exames, onde apresentaram um método de solução que combina a Programação de Restrições e o Recozimento Simulado, essa abordagem consiste em duas fases: uma fase de Programação de Restrições para fornecer uma solução inicial e uma fase de Recozimento Simulado para melhorar a qualidade da solução. O Recozimento Simulado aplica a vizinhança da Cadeia Kempe e inclui um mecanismo que permite ao usuário definir um determinado período de tempo em que o algoritmo deve ser executado.

Com o intuito de superar o problema de proximidade de exames não preenchidos, Côté, Wong e Sabourin (2005) apresentam um Algoritmo Evolutivo Multi-Objetivo Híbrido (MOEA) considerando que o cronograma precisa oferecer ao aluno o máximo de tempo livre entre os exames, para tanto foram utilizados os operadores locais de busca ao invés de operadores de recombinação. Um dos operadores de pesquisa foi projetado para reparar os horários inviáveis produzidos pelo procedimento de inicialização e o operador de mutação. O outro, implementou uma meta-heurística simplificada de Desvantagem de Vizinhança Variável com a função de melhorar o custo de proximidade. Burke, Elliman e Weare (1995) utilizaram um poderoso Algoritmo Genético Híbrido com o objetivo de solucionar o problema de programação de exames, os autores combinaram uma representação direta do cromossomo com operadores heurísticos *crossover* para garantir que as restrições mais fundamentais nunca sejam violadas. Esses operadores de *crossover* híbridos foram utilizados para propagar o máximo de características desejáveis do cromossomo e gerar boas soluções, mesmo para problemas grandes e altamente restritos.

São inúmeros os métodos de solução para o Problema de Programação de Horários de Exames de Cursos Universitários. As técnicas utilizadas dependem principalmente das particularidades de cada realidade. As condições e restrições impostas pelo problema, assim como o número de variáveis envolvidas determinam o método de solução mais adequado. Nesse sentido, a presente proposta utiliza o método de Coloração de Grafos para desenvolver um Calendário de Exames Finais para o Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa

solucionado de forma manual, uma vez que os dados obtidos geram um Grafo passível de ser solucionado manualmente a partir de um algoritmo de coloração.

3 PRINCIPAIS CONCEITOS DE GRAFOS

A Coloração de Grafos está alicerçada nos conceitos da Teoria de Grafos, desse modo, esta seção tem por objetivo apresentar algumas definições e notações básicas da Teoria de Grafos necessárias para a compreensão do que será abordado nas próximas seções. Os conceitos aqui definidos podem ser encontrados em Rosen (2009) e Lipschutz e Lipson (2004).

Grafo: Um grafo é um par $G=(V,E)$, onde V é um conjunto finito e E um conjunto de subconjuntos de dois elementos de V . Os elementos de V são chamados vértices do grafo e os elementos de E são chamados de arestas do grafo.

Grau de um vértice: O grau de um vértice v em um grafo G é igual ao número de arestas em G que contém v , isto é, que são incidentes a v .

Adjacência e Incidência: Dois vértices v_1 e v_2 em um grafo não orientado G são ditos *adjacentes* (ou *vizinhos*) em G se v_1 e v_2 são extremidades de uma aresta de G . Se e estiver associado a $\{v_1, v_2\}$, a aresta e é dita *incidente* aos vértices v_1 e v_2 . Diz-se também que a aresta e *conecta* v_1 e v_2 . Os vértices v_1 e v_2 são chamados de *extremidades* de uma aresta.

Matriz de Adjacência: Suponha que $G=(V,E)$ seja um grafo simples, em que o número de vértices é $|V|=n$. Suponha que os vértices de G sejam listados arbitrariamente como v_1, v_2, \dots, v_n . A matriz de adjacência A (ou A_G) de G , com relação a esta listagem dos vértices, é a matriz zero-um $n \times n$, com 1 como seu elemento (i, j) quando v_i e v_j forem adjacentes e 0 como

seu elemento (i, j) quando eles não forem adjacentes. Em outras palavras, se sua matriz de adjacência é $A=[a_{ij}]$, então

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \text{ for uma aresta de } G, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Coloração de Vértices: O problema de coloração de mapas também chamado de problema de coloração de grafos vem sendo utilizado na literatura como forma de modelar diferentes aplicações práticas. Com base nesta técnica tem-se que, dado um grafo G não direcionado, formado por um conjunto de n vértices $V = v_1, \dots, v_n$ e um conjunto E de arestas ligando vários pares distintos de vértices, o problema de coloração de grafos consiste em atribuir cores a cada vértice pertencente a V de modo que a mesma cor não possa ser atribuída a nenhum par de vértices com arestas em comum e o número de cores utilizadas para a coloração dos vértices deve ser o mínimo.

Na próxima seção discutiremos o método de solução escolhido para resolver o Problema de Programação de Exames proposto neste trabalho.

4 MÉTODO DE SOLUÇÃO

A presente proposta busca solucionar o Problema de Programação de Exames do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, campus Bagé. Para tanto, foram coletados dados de um determinado semestre letivo, em relação aos componentes curriculares ofertados ao curso e os alunos matriculados em cada componente. No semestre analisado foram ofertadas 19 componentes curriculares que realizam exames finais, somando um total de 221 alunos matriculados.

A solução para o Problema de Programação de Horários de Exames foi desenvolvida a partir do método de Coloração de Grafos, realizada de forma manual, com base no Algoritmo de *Welch-Powell*. Para tanto, foi necessário a construção de uma matriz de conflitos desenvolvida através de planilhas eletrônicas. Essa matriz foi obtida através da comparação entre cada componente curricular em

relação às demais para identificar os alunos matriculados em comum, esses alunos representam os conflitos existentes entre os componentes e, por conseguinte, inviabilizam agendamento destes exames para o mesmo horário.

Para a resolução do problema por meio da coloração de grafos, os componentes curriculares foram enumeradas de 1 a 19, uma vez que 19 componentes realizam exames finais no semestre em questão, cada componente foi representada como um vértice do Grafo G . As arestas entre cada par de vértices de G foram construídas a partir da matriz de conflitos e representam os alunos matriculados concomitantemente entre cada par de componentes curriculares.

A seguir são apresentados dois métodos de solução para o Problema de Programação de Horários das 19 componentes curriculares ofertadas aos alunos do Curso de Matemática. A seção 4.1 apresenta o método de Coloração de Grafos baseados no Algoritmo de *Welch-Powell* e a seção 4.2 utiliza o algoritmo de *Welch-Powell* com adaptações para garantir que os exames sejam desenvolvidos em cinco dias.

4.1 Coloração de Grafos Através do Algoritmo de *Welch-Powell*

Uma solução para o cronograma de exames foi obtida a partir da Coloração do Grafo G que representa as 19 componentes curriculares e os conflitos existentes entre as mesmas. A coloração dos vértices de G foi baseada no algoritmo de *Welch-Powell*, especificado na Figura 1.

Algoritmo de *Welch-Powell*

A entrada é um grafo G .

Passo 1 Ordene os vértices de G em ordem decrescente de grau.

Passo 2 Atribua a primeira cor, C_1 , ao primeiro vértice e, então, sequencialmente, atribua C_1 a cada vértice que não é adjacente a algum vértice que o antecedeu e ao qual foi atribuída a cor C_1 .

Passo 3 Repita o *Passo 2* com a segunda cor C_2 e os vértices subsequentes não coloridos.

Passo 4 Repita o *Passo 3* com a terceira cor C_3 , depois com a quarta cor C_4 , e assim por diante, até que todos os vértices estejam coloridos.

Passo 5 Saia.

Figura 1. Algoritmo de Welch-Powell

Fonte: LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. (2004)

De acordo com os passos determinados pelo algoritmo, primeiramente os vértices do Grafo G foram dispostos em ordem decrescente de grau. Na sequência, a primeira cor, rosa, foi atribuída ao vértice de maior grau, v_1 , e logo após, foram coloridos todos os vértices que não são adjacentes a algum vértice que antecedeu v_1 e ao qual a cor rosa foi atribuída. Desse modo, os vértices v_{14} e v_{19} também receberam a cor rosa. Em seguida, a segunda cor, amarela, foi atribuída ao vértice v_{13} que representa o vértice de maior grau não colorido. Analisou-se então, quais dos vértices que ainda não foram coloridos não são adjacentes a algum vértice que antecedeu v_{13} e ao qual foi atribuído a cor amarela. Logo, v_{16} recebeu a cor amarela. O processo se repete até que todos os vértices do Grafo G sejam coloridos.

Através do algoritmo de *Welch-Powell*, o Grafo G foi colorido com oito cores. Cada cor atribuída aos vértices representa um período e os vértices coloridos com a mesma cor consistem nos exames que podem ser aplicados no mesmo período. Dessa maneira, a coloração do Grafo G , ilustrada na Figura 2, construída no *software Grafos*, gerou um cronograma que distribuiu os 19 exames em quatro dias com dois períodos, sem que haja sobreposição de exames com alunos em comum, cujos resultados estão dispostos na Tabela 1.

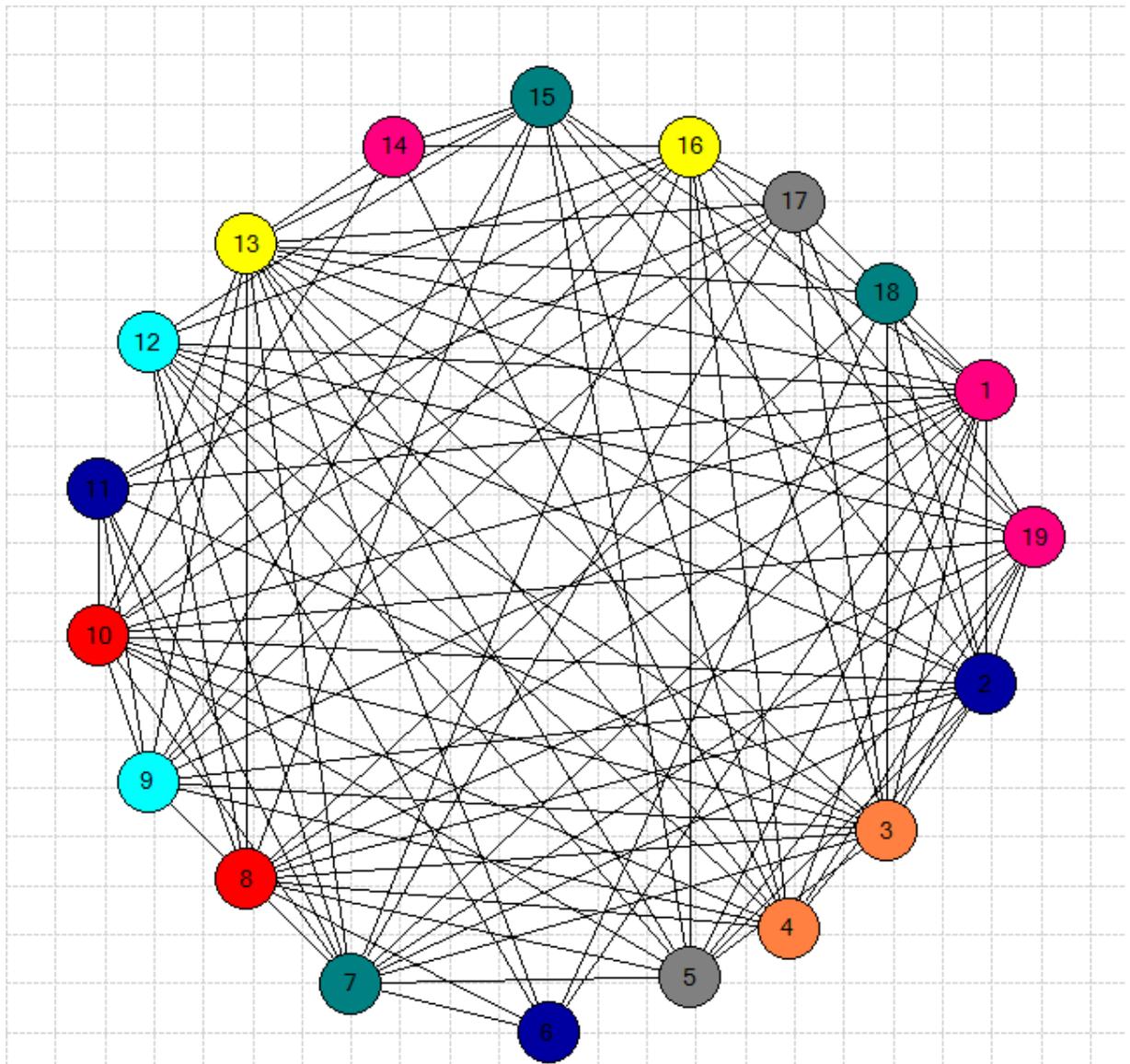


Figura 2 - Coloração do Grafo G obtido através do Algoritmo de Welch-Powell
 Fonte: Elaborado pelo autor

	Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4
Período 1	1, 14 e 19	2, 6 e 11	7, 15 e 18	9 e 12
Período 2	13 e 16	3 e 4	8 e 10	5 e 17

Tabela 1 - Cronograma obtido para o Calendário de Exames a partir do Grafo da Figura 2

4.2 Coloração de Grafos Através do Algoritmo de *Welch-Powell* com adaptações

A fim de desenvolver um calendário de Exames que distribua os exames correspondentes as dezenove componentes curriculares no período de cinco dias que equivalem a uma semana, com dois períodos por dia, acrescentou-se ao algoritmo de *Welch-Powell* uma restrição adicional que determina que só poderão ser realizados no máximo dois exames por período. O Algoritmo de *Welch-Powell* adaptado está especificado na Figura 3.

Algoritmo de *Welch-Powell* Adaptado

A entrada é um grafo G .

Passo 1 Ordene os vértice de G em ordem decrescente de grau.

Passo 2 Atribua a primeira cor, C_1 , ao primeiro vértice e, então, atribua C_1 ao vértice de maior grau que não é adjacente a algum vértice que o antecedeu e ao qual foi atribuída a cor C_1 .

Passo 3 Repita o *Passo 2* com a segunda cor C_2 e o vértice subsequente de maior grau não colorido.

Passo 4 Repita o *Passo 3* com a terceira cor C_3 , depois com a quarta cor C_4 , e assim por diante, até que todos os vértices estejam coloridos.

Passo 5 Saia.

Figura 3. Algoritmo de Welch-Powell com Adaptações

Fonte: Elaborado pelo autor com base em LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. (2004)

Segundo o algoritmo, primeiramente os vértices do Grafo G foram dispostos em ordem decrescente de grau. Logo após, a primeira cor, rosa, foi atribuída ao vértice de maior grau, v_1 . Por conseguinte, a cor rosa é atribuída ao vértice de maior grau que não é adjacente a algum vértice que antecedeu v_1 e ao qual foi atribuída a cor rosa. Dessa forma, v_{19} é colorido com a cor rosa. Na sequência, a segunda cor, amarela, foi atribuída ao vértice v_{13} que representa o vértice de maior grau que ainda não foi colorido. Em seguida a cor amarela é atribuída ao vértice de maior grau ainda não colorido, que não é adjacente a algum vértice que antecedeu v_{13} e ao qual foi atribuída à cor amarela. Desse modo, a cor amarela é atribuída ao vértice v_{16} . O processo se repete até que todos os vértices do Grafo G sejam coloridos.

Através do algoritmo de *Welch-Powell* adaptado, o Grafo G foi colorido com dez cores. Cada cor atribuída aos vértices representa um período e os vértices coloridos com a mesma cor consistem nos exames que podem ser aplicados no mesmo período. Dessa maneira, a coloração do Grafo G , ilustrada na Figura 4, construída no *software Grafos*, gerou um cronograma de exames que distribuiu os dezenove exames em cinco dias, com dois períodos por dia, conforme a Tabela 2.

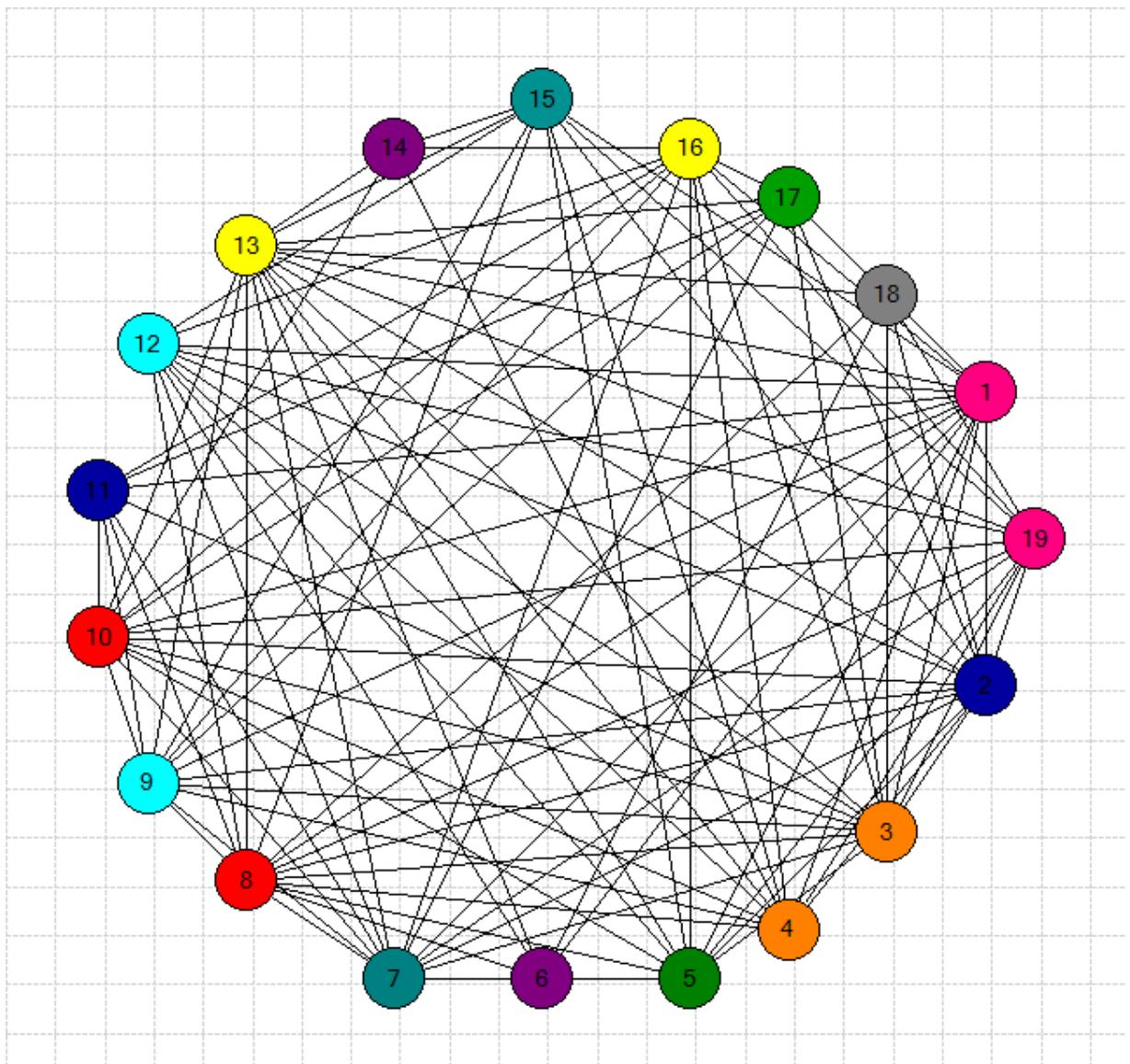


Figura 4 - Coloração do Grafo G obtido através do Algoritmo de Welch-Powell adaptado
 Fonte: Elaborado pelo autor

Dia 1	Dia 2	Dia 3	Dia 4	Dia 5
-------	-------	-------	-------	-------

Período 1	1 e 19	2 e 11	7 e 15	9 e 12	6 e 14
Período 2	13 e 16	3 e 4	8 e 10	5 e 17	18

Tabela 2- Cronograma obtido para o Calendário de Exames a partir do Grafo da Figura 4

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O método de Coloração de Grafos mostrou-se um recurso eficaz para a solução do Problema de Programação de Exames Finais no Curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA. Com base no algoritmo de *Welch-Powell* foi possível obter satisfatoriamente a Coloração do Grafo G que representa os dezenove componentes curriculares que realizam exames finais respeitando os conflitos existentes entre cada componente. Os resultados obtidos por meio da coloração foram satisfatórios, pois contemplaram as exigências do problema em questão.

Na primeira proposta, a coloração foi realizada através do algoritmo de *Welch-Powell* sem nenhuma alteração. Assim obteve-se uma coloração com oito cores e dessa forma, um cronograma de exames possível de ser realizado em quatro dias, com dois períodos por dia. Com essa configuração, em três períodos foram alocados simultaneamente três exames, enquanto que nos outros cinco foram alocados dois exames por período. Na segunda abordagem foi acrescentado ao algoritmo de *Welch-Powell* uma restrição adicional para garantir que os exames sejam distribuídos em cinco dias, com dois períodos por dia. Para atender a esta condição determinou-se que cada vértice pode ser colorido com no máximo duas cores. Dessa forma, foi possível construir um calendário de exames atendendo as condições impostas pelo problema de maneira que os exames de componentes curriculares com alunos em comum não fossem alocados para o mesmo período, possibilitando assim, que todos os 221 alunos possam realizar os exames finais sem conflitos de horários.

É importante ressaltar que os resultados obtidos com a aplicação do Algoritmo de *Welch-Powell* nem sempre oferecem a coloração minimal de G , isto é, uma coloração com um número mínimo de cores. Portanto, não se pode afirmar que a solução de oito cores, encontrada com o algoritmo sem adaptações, represente o

mínimo de períodos em que podem ser aplicados os 19 exames finais. No entanto, como o objetivo não era o de encontrar uma solução minimal, mas sim elaborar um cronograma que dispusesse os exames finais no período de uma semana, considerando dois períodos por dia, o algoritmo adaptado atender as necessidades da instituição de ensino.

Para trabalhos futuros almeja-se abordar este mesmo problema através de recursos de implementação computacional com o intuito de buscar uma solução ótima para o problema com a adição de mais restrições, como por exemplo, considerar os professores que ministram os componentes curriculares e a quantidade de alunos matriculados, ou seja, o tamanho das turmas. E, dessa forma, construir um calendário de exames que atenda a todas as restrições determinadas num curto espaço de tempo, podendo ser utilizada como base para a solução de outros problemas de mesmo cunho.

5 REFERÊNCIAS

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos**: Teoria, Modelos, Algoritmos. 4. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

BURKE, E. K. et al. A graph based hyper-heuristic for exam timetabling problems. **European Journal of Operational Research**, 176, 2007. p. 177-192.

BURKE, E.K., ELLIMAN, D.G. e WEARE, R. F. A hybrid genetic algorithm for highly constrained timetabling problems. **Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms** (ICGA'95, Pittsburgh, USA, 15th-19th July 1995). Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, USA, 1995, p. 605-610.

CARVALHO, R. **Abordagem Heurística para o Problema de Programação de Horários de Cursos**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2011.

COTE, P., WONG, T. e SABOURIN, R. **Application of a hybrid multi-objective evolutionary algorithm to the uncapacitated exam proximity problem**. Lecture Notes in Computer Science. 2005, v. 3616, p. 151-168.

DUONG, T. A.; LAM, K. H. Combining constraint programming and simulated annealing on university exam timetabling. In: **Proceedings of the 2nd International Conference in Computer Sciences, Research, Innovation & Vision for the Future** (RIVF2004), Hanoi, Vietnam, February 2-5, 2004, p. 205-210.

GASPERO, L. DI; SCHAERF, A. **Tabu Search Techniques for Examination Timetabling**. Conferência Internacional sobre a Prática e Teoria do Ajuste Automatizado PATAT 2000: Prática e Teoria do Timetabling Automatizado III, 2000, v. 2079, p. 104-117.

LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. **Matemática Discreta**, coleção Schaum. 2. ed. São Paulo: Bookman, 2004.

MACHADO, A. M.; BOERES, M. C. S. Uma proposta de formulação do problema de programação de tabela-horário de exames de Toronto via coloração de grafos e sua resolução pelo algoritmo de busca tabu. **XLI SBPO - Pesquisa Operacional na Gestão do Conhecimento**, 2009.

MUJUNI, Egbert; MUSHI, Allen. **Solving the Examination Timetabling Problem Using a Two-Phase Heuristic**: The case of Sokoine University of Agriculture. *Journal of Information and Computing Science*, 2015, v. 10, n. 3, p. 220-227. England, UK, 2015.

ROSEN, K. H. **Matemática Discreta e Suas Aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

SCHAERF, A. A Survey of Automated Timetabling. **Artificial Intelligence Review**, 1999. p. 87-127. v. 13, n. 2.

WERRA, D. An introduction to timetabling. **European Journal of Operational Research**, 1985. p. 151-162.

WOUMANS, G. et al. A column generation approach for solving the examination-timetabling problem. **European Journal of Operational Research** **253**, 2016, p. 178-194.